



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Číslo projektu : CZ.1.07/1.5.00/34.0556

Šablona : IV/2 = Inovace a zkvalitnění výuky směřující k rozvoji  
matematické gramotnosti žáků SŠ

Tematická oblast : Analytická geometrie

Dílčí téma : vzájemná poloha dvou přímek II

Pracovní listy a řešení

VY \_ 42\_INOVACE\_RI\_MA\_28

Autor : Mgr. Šárka Říhová

Škola : SPŠ a VOŠ Příbram

## Vzájemná poloha dvou přímek II

Jsou dány dvojice a, b, c, d, e, f, g, h přímek p, q, z, nichž jsou:

**ROVNOBĚŽNÉ: c, d, e, g, h ; RŮZNOBĚŽNÉ: a, b, f**

a) p:  $2x + 4y - 1 = 0$     q:  $2x + 3y - 1 = 0$

b) p:  $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -4 + 2t \end{cases}$     q:  $\begin{cases} x = -2 + 6t \\ y = 4 - 4t \end{cases}$

c) p:  $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 4 - 7t \end{cases}$     q:  $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 8 - 14t \end{cases}$

d) p:  $x + 5y - 2 = 0$     q:  $\begin{cases} x = 1 + 5t \\ y = -3 - t \end{cases}$

e) p:  $\begin{cases} x = 1 + 8t \\ y = 7 + 4t \end{cases}$     q:  $\begin{cases} x = 9 - 4t \\ y = 11 - 2t \end{cases}$

f) p:  $\begin{cases} x = 4 + 6t \\ y = -3 - t \end{cases}$     q:  $3x - y + 4 = 0$

g) p:  $x + 2y - 1 = 0$     q:  $y = -\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$

h) p:  $-6x + 4y + 2 = 0$     q:  $3x - 2y - 1 = 0$

**1) U skupiny – RŮZNOBĚŽNÉ vypočítejte průsečík P daných různoběžek.**

**2) Skupinu – ROVNOBĚŽNÉ rozdělte na rovnoběžné RŮZNÉ a rovnoběžné SHODNÉ.**

## Vzájemná poloha dvou přímek II - řešení

**D** U skupiny – RŮZNOBĚŽNÉ vypočítejte průsečík P daných různoběžek.

a) p:  $2x + 4y - 1 = 0$   
 q:  $2x + 3y - 1 = 0$

řešíme jako soustavu dvou rovnic

rovnice odečteme

$$\begin{array}{r} \text{-----} \\ y = 0 \\ 2x = 1 \\ x = \frac{1}{2} \end{array}$$

$$P = \left[ \frac{1}{2}; 0 \right]$$

b) p:  $x = 2 + 3t$   
 $y = -4 + 2t$

q:  $x = -2 + 6t$   
 $y = 4 - 4t$

Obě přímky můžeme převést na obecnou rovnici a řešit

stejně jako příklad a). **Nebo** přímky „dáme do rovnosti“ – průsečík P [ x ; y ] je společný oběma přímkám a vyjádříme parametr t. Ten pak dosadíme do jedné z obou přímek – získáme průsečík P.

$$\begin{array}{l} 2 + 3t = -2 + 6t \quad \text{vyjádříme t: } 4 = 3t \Rightarrow t = \frac{4}{3} \\ -4 + 2t = 4 - 4t \quad -8 = -6t \Rightarrow t = \frac{4}{3} \quad (\text{vychází stejně !!!!}) \end{array}$$

dosadíme např. do p:

$$\begin{array}{l} x = 2 + 3 \cdot \frac{4}{3} = 6 \\ y = -4 + 2 \cdot \frac{4}{3} = -4 + \frac{8}{3} = \frac{-4}{3} \end{array}$$

$$P = \left[ 6; -\frac{4}{3} \right]$$

Zkontrolujte výsledek metodou převodu parametrického vyjádření na obecné rovnice.

[ po převodu: p:  $2x - 3y - 16 = 0$     q:  $2x + 3y - 8 = 0$  ]

f) p:  $x = 4 + 6t$   
 $y = -3 - t$

q:  $3x - y + 4 = 0$     Nejprve převedeme p na obecnou rovnici.

$$\begin{array}{r} \text{-----} \\ x = 4 + 6t \\ y = -3 - t \quad / \cdot 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{-----} \\ x = 4 + 6t \\ 6y = -18 - 6t \end{array} \quad \text{sečteme}$$

p:  $x + 6y + 14 = 0$

Nyní řešíme soustavu:

$$\begin{array}{r} 3x - y + 4 = 0 \\ x + 6y + 14 = 0 \quad / \cdot (-3) \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x = -6y - 14 \\ x = 12 - 14 \\ \underline{x = -2} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3x - y + 4 = 0 \\ -3x - 18y - 42 = 0 \\ \text{-----} \end{array}$$

-19y = 38

y = -2

$$P = \left[ -2; -2 \right]$$

2) Skupinu – ROVNOBĚŽNÉ rozdělte na rovnoběžné RŮZNÉ a rovnoběžné SHODNÉ.

c) p:  $x = 1 + t$   
 $y = 4 - 7t$       q:  $x = 2 + 2t$   
 $y = 8 - 14t$

Rovnoběžky, které **nemají žádný společný bod**, jsou rovnoběžné RŮZNÉ.

Nalezneme-li u rovnoběžných přímek **alespoň jeden společný bod**, mají tyto rovnoběžky **všechny společné body**, to znamená, že jsou rovnoběžné SHODNÉ.

Vezmeme tedy jeden bod z jedné přímky a zjistíme, zda leží na druhé přímce.

Např. bod [ 1 ; 4 ] z přímky p dosadíme do přímky q:

$$1 = 2 + 2t \Rightarrow -1 = 2t \Rightarrow t = -\frac{1}{2}$$

$$4 = 8 - 14t \Rightarrow -4 = -14t \Rightarrow t = \frac{2}{7}$$

$$-\frac{1}{2} \neq \frac{2}{7} \Rightarrow p \neq q \text{ jsou rovnoběžné RŮZNÉ}$$

d) p:  $x + 5y - 2 = 0$       q:  $x = 1 + 5t$   
 $y = -3 - t$

Např. z přímky q použijeme bod [ 1 ; -3 ] a zjistíme dosazením do přímky p, zda na ní leží, či ne.

$$1 + 5 \cdot (-3) - 2 = 0$$

$$1 - 15 \neq 0 \Rightarrow [ 1 ; -3 ] \text{ na přímce p neleží - přímky jsou rovnoběžné RŮZNÉ}$$

e) p:  $x = 1 + 8t$   
 $y = 7 + 4t$       q:  $x = 9 - 4t$   
 $y = 11 - 2t$       bod [ 1 ; 7 ] z přímky p dosadíme do q:

$$1 = 9 - 4t \Rightarrow -8 = -4t \Rightarrow t = 2$$

$$7 = 11 - 2t \Rightarrow -4 = -2t \Rightarrow t = 2$$

Bod [ 1 ; 7 ] leží na obou přímkách, přímky jsou rovnoběžné SHODNÉ

g) p:  $x + 2y - 1 = 0$       q:  $y = -\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$  nejdříve si upravíme přímku q ze směrnicového tvaru na  
obecnou rovnici:      q:  $4x + 8y + 4 = 0$

Vidíme, že přímka p a q není vyjádřena stejnou rovnicí ( na první pohled se sice zdá, že druhá rovnice je čtyřnásobek první, ale není to pravda), nemůže se jednat o stejnou přímku.

Přímky jsou rovnoběžné RŮZNÉ

h) p:  $-6x + 4y + 2 = 0$       q:  $3x - 2y - 1 = 0$

Vidíme, že přímka p a q je vyjádřena stejnou rovnicí ( druhá rovnice je rovnice první, vydělená číslem -2 ). Přímky jsou rovnoběžné SHODNÉ